

УДК 514.2, 519.1, 523.96 537.5

## ПРОЕКЦИОННЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ 3D-МАТРИЦЫ ЧИСЛА РЕАЛИЗАЦИЙ МЕЖПЛАНЕТНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2026 г. Н.А. Сухарева<sup>1, 4, \*</sup>, Ю.А. Антонов<sup>1</sup>, В.И. Захаров<sup>1, 2, 3</sup>, И.Н. Мягкова<sup>4</sup>,  
О.В. Шестаков<sup>1, 5</sup>, Ю.С. Шугай<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия

<sup>3</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

<sup>4</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>5</sup>Московский Центр фундаментальной и прикладной математики, Москва, Россия

\*e-mail: suhareva@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 10.03.2025 г.

После доработки 13.10.2025 г.

Принята к публикации 26.11.2025 г.

Рассмотрен новый метод анализа вариации структуры межпланетного магнитного поля (ММП), основанный на синтезе 3D-матриц реализаций состояний ММП по трем взаимно ортогональным двумерным проекциям числа состояний структуры ММП, которые построены по экспериментальным данным в системе координат GSE. Обсуждаются пространственные статистические моменты младших и старших порядков, позволяющие разделить на интервале времени наблюдения дрейфа центров проекций, вариацию дисперсионных характеристик относительно осей центроида и многомодальные реализации. Набор данных мониторинга построен на основе экспериментальных выборок ММП с работающего более 30 лет на орбите аппарата *WIND* для четырех значимых 18-ти дневных временных интервалов в январе, августе, сентябре и октябре 2024 г., относящихся к разным режимам возмущений. Проведен детальный анализ наблюдаемой вариации вторых пространственных статистических моментов методом кубической сплайн-интерполяции. Высокая информационная емкость предложенного метода позволяет контролировать широкий спектр центральных пространственных статистических моментов процессов, реализуемых в системе, создавать вторичные кинематические параметры исследуемых процессов. Предложенный набор первичных метрик для анализа структуры искажений на основе моментов позволяет создавать сигнатуры для распознавания типа наблюдаемых искажений межпланетного магнитного поля; например, детектировать переходные процессы в гелиосфере, порождаемые солнечной активностью.

**Ключевые слова:** межпланетное магнитное поле, корональные выбросы массы, распределение числа реализаций, проекционные отображения, магнитные бури

DOI: 10.7868/S3034550226010055

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Физика космической плазмы (или космофизика) — бурно развивающаяся междисциплинарная область знаний, объединяющая астрофизику, физику Солнца и физику плазмы. Если речь идет об условиях в околоземном космическом пространстве, то часто говорят о космической погоде как о совокупности условий

и особенностей упомянутых явлений непосредственно вблизи планеты Земля с учетом особенностей ее магнитосферы и ионосферы. Наличие различных типов плазмы (межзвездная, солнечная и околопланетная — поскольку планеты с развитой атмосферой имеют верхние слои атмосферы в ионизованном состоянии) и их взаимодействий (например, солнечного ветра с магнитосферой) является примером мезомас-

штабных особенностей космического пространства. По оценкам около 0,95 видимой массы Вселенной находится в плазменном состоянии [1, 2]. Плазменную природу имеют процессы переходов энергии из одних состояний в другие, составляющие суть активных процессов на звездах и окружающих их планетах. Поскольку геомагнитные бури — важнейший фактор космической погоды, роль которого будет и дальше возрастать вместе с цифровой индустрией и развитием космической отрасли [3–6], являются прямым следствием возмущений в межпланетном пространстве, анализ поведения межпланетного магнитного поля (ММП) представляется весьма актуальной задачей.

Не вдаваясь в детальное описание влияния магнитных бурь на человеческую деятельность, отметим, что для космической отрасли их анализ и прогнозирование имеет важное прикладное значение за счет того, что после примерно половины магнитных бурь поток релятивистских электронов внешнего радиационного пояса Земли увеличивается на порядок и более (см., например, [7]), а рост потоков электронов внешнего РПЗ несет опасность для аппаратуры, находящейся на борту спутников, т.к. экстремальные потоки электронов могут привести к сбоям в электронных микросхемах (см., например, [8]) и электризации космических аппаратов [9].

На Земле магнитные бури также могут доставить серьезные проблемы, вызывая сбои в работе линий электропередач и электрических сетей радиосвязи [10, 11]. С другой стороны, новые методы анализа поведения ММП могут представлять интерес для фундаментальных исследований структуры ММП, в частности, поиска надежных предикторов магнитосферных возмущений. Рассмотрим несколько последовательных событий в интервалах двух или трех недель, включающих как состояния спокойного ММП, так и сильные магнитные бури.

Описание систем большого числа взаимодействующих частиц исторически носит статистический характер. Применительно к разряженным средам, т.е. газам или жидкостям, в которых время взаимодействия частиц мало по сравнению со временем свободного пробега, были созданы методы, основанные на кинетическом уравнении Больцмана [12]. Больцман впервые рассмотрел и описал статистическое распределение частиц как системы находящейся в термодинамическом равновесии. При этом на его основе, как пока-

зал Максвелл, возможно описать и анизотропные термодинамически неравновесные по отношению к отсутствию анизотропии состояния (например, в присутствии градиентов температур и наличии электрического поля). В таком варианте подход Больцмана успешно используется как основа для различных классических оценок транспортных свойств среды (таких как вязкость, теплопроводность, электропроводность, в том числе с учетом внешних полей).

Вместе с тем, плазма по своим свойствам существенно отличается от обычных газов. На нее сильное воздействие оказывают электрические и магнитные поля, причем внутренние поля создаются зарядами и токами в самой плазме. Такое своеобразие самой среды порождает целый ряд специфических явлений, связанных с колебаниями и неустойчивостью плазмы. В качестве характерного примера можно привести продольные ленгмюровские колебания. Следует учитывать, что, взаимодействие между заряженными частицами плазмы определяется кулоновскими силами с убывающим потенциалом Дебая. Благодаря этому основной вклад в изменение функции распределения частиц по скоростям дают далекие столкновения, в результате оператор кулоновских столкновений, характерный для плазмы, отличается от классического интеграла столкновений Больцмана для газов.

Наличие внешних полей как источника сил, действующих на систему, потребовало дополнительного рассмотрения и модернизации метода и привело к созданию кинетического уравнения для функции распределения частиц плазмы, описывающего их динамику в электромагнитных полях посредством введения самосогласованного поля [13]. Идея самосогласованного поля как результата внутреннего взаимодействия плазмы и внешних полей связана не только с особенностями описания плазмы (эффект экранировки), но и, возможно, с результатами из смежных областей. Так, еще около 1925 г. простейшая идея согласованного поля применительно к описанию характеристик парамагнетиков при их переходе в ферромагнетик была предложена Изингом, причем она до сих пор является, пожалуй, самой распространенной статистической моделью фазового перехода, точно решаемой в одномерном случае [14].

Теория самосогласованного (или среднего) поля, таким образом, выступает иллюстрацией подхода к изучению поведения больших и сложных стохастических систем через исследование

простых моделей, в которых влияние индивидуальных актов воздействия на заданный объект заменяется неким усредненным эффектом, благодаря которому задача взаимодействия объекта со многими телами сводится к одночастичной задаче. С этой точки зрения идея уравнений Боголюбова является дальнейшим упрощением, когда описывается эволюция системы, состоящей из большого числа тождественных взаимодействующих частиц, заключенных в некотором объеме [15]. Основная проблема подхода самосогласованного поля — необходимость определить или задать его 3D-структуру, исходя из регулярных и статистически значимых наблюдаемых эффектов. Это создает значительные проблемы и в целом определяет точность проводимого описания. Кроме того, наличие по крайней мере двух — электронной и ионной, подсистем плазмы также усложняет задачу.

Подводя итог кратко (и далекому от полноты) обзору теоретических методов описания плазмы и плазмоподобных сред, отметим, что для плазмы пионерский подход к новому обоснованию кинетической теории плазмы — изложению широкого круга вопросов статистической теории неравновесных процессов в плазме единым методом, исходя из микроскопических уравнений, был предложен в работах [16–18]. На основе усреднения этих уравнений рассмотрена приближенная система уравнений для первых и вторых центральных моментов случайных функций. В указанных работах исследуется система уравнений с самосогласованным полем, статистические характеристики пространственно однородной и квазиоднородной плазмы, рассмотрены различные способы гидродинамического описания процессов в плазме, разработан новый метод микроскопических плотностей (вторичное квантование в фазовом пространстве), включая релятивистское и квантовое обобщения кинетических уравнений.

Кинетическое уравнение Больцмана — Максвелла описывает эволюцию функции распределения в одночастичном фазовом пространстве координат и их первых производных по времени. Поскольку речь идет о функциях распределения, часто их заменяют двумя первыми моментами исследуемых параметров. Таким образом, получают гауссовы оценки параметров распределений или на их основе пытаются оценить величину ошибок измерений как меру отличия гауссовых параметров от реальных, наблюдаемых в экспериментах [19].

## 2. 3D-МАТРИЦА РЕАЛИЗАЦИЙ И ЕЕ 2D-ОТОБРАЖЕНИЯ

Рассмотрим статистический ансамбль состояний магнитной подсистемы гелиосферы и определим основные параметры ансамбля в заданном интервале времени. Представим ансамбль допустимых значений проекций вектора ММП в зоне регистрации как совокупность элементов массива кубических ячеек метрического пространства  $[\delta_x, \delta_y, \delta_z]$ . Рассматриваемая совокупность ячеек полностью покрывает область допустимых значений вектора индукции магнитного поля. Координаты каждой из ячеек фазового пространства проиндексируем тремя квантовыми числами, определяющими три проекции вектора магнитного поля на оси  $X, Y, Z$ . Населенность каждого из узлов графа определяется числом реализации состояний, соответствующих выбранной ячейке —  $N_{x,y,z}$ , в общем случае независимо от предыдущего состояния системы. Помимо описанных метрик для ячеек фазового пространства следует определить коридор значений начального и конечного временных интервалов для исследуемого процесса, введя положения начального и завершающего отсчетов на шкале времени [20].

Для анализа процесса эволюции ММП Солнца определим статистику количественных значений его вариации. Для этого рассмотрим ансамбль состояний гелиосферы и основные пространственные статистические характеристики на выбранном интервале времени наблюдения [21]. Основным инструментом анализа физического процесса в настоящей работе выбран метод центральных пространственных статистических моментов, разработанный для анализа случайных скалярных и векторных полей. Наиболее значимые результаты его применения получены при исследовании стационарных и динамических флуктуационных процессов, спекл-структур в оптике, сложных течений в аэро- и гидродинамике, процессах плавления, наблюдении объемных структур в фазовых первого и второго рода [22–24].

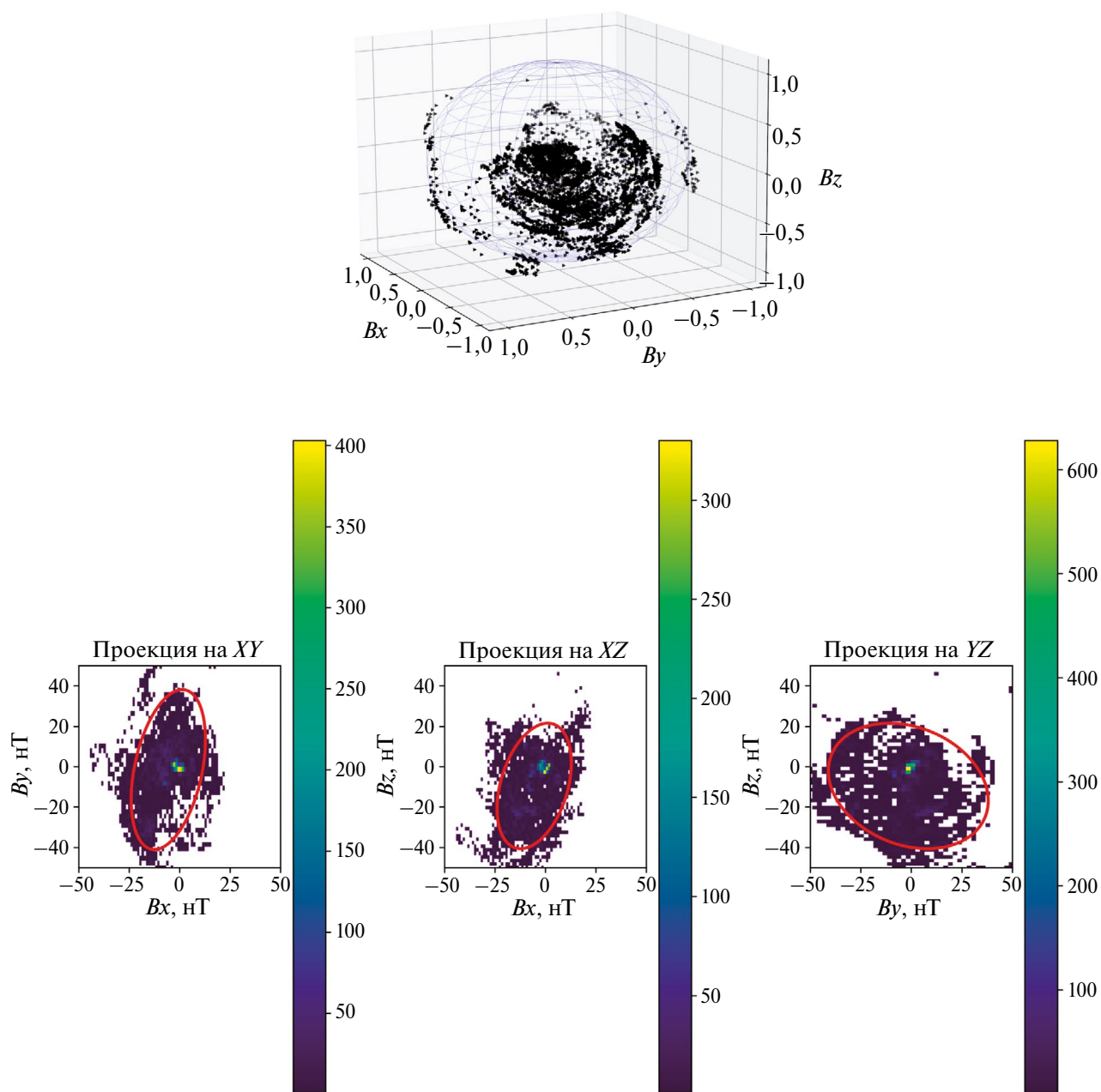
Полнота набора предлагаемых статистических характеристик ММП определена методом степенного представления ряда центральных статистических моментов и используемой проекционной предобработкой 3D-распределения в процессе его проецирования на плоскости, ортогональные ортам GSE-системы. Экспериментальные выборки созданы на основе базы

данных аппарата *WIND* [25, 26] с интервалами дискретизации в 15 и 60 с. Длительность выборки составляет не менее 24 ч или более, в зависимости от требуемой плотности потока данных. Допустимый набор значений проекций вектора межпланетного магнитного поля в зоне регистрации представим как совокупность трех действительных чисел, определяющих оцифрованные с выбранными шагами дискретизации по

времени и квантования по величине значения компонент вектора ММП. Координаты каждой из ячеек пространства допустимых состояний исследуемой системы определим тремя значениями целых чисел, задающих оцифрованную позицию вектора магнитного поля в системе координат GSE.

На рис. 1 представлен пример 3D-распределения, соответствующего событиям в интервале

Days: 2024–05–10 : 2024–05–11 Hours: 4:00–22:00



**Рис. 1.** 3D-распределение населенностей (сверху) и его 2D-проекции (снизу).

времени с 04:00 UT 10 мая по 22:00 UT 11 мая 2024 г., и соответствующие ему 2D-отображения. Использованы нормированный на единицу знакопеременный масштаб для 3D-функции распределения населенности и согласованные по размеру апертуры наблюдения 2D-проекции. Панель отображения 2D-проекций состоит из трех фрагментов, соответствующих трем взаимно ортогональным направлениям, совпадающих с осями GSE-системы координат. Подобная структура панелей позволяет визуально оценить согласование профиля отображений на различные плоскости и сопоставить совпадения и различия в наблюдаемых объектах, в том числе анизотропию внешних действующих факторов. В указанный период времени в земной магнитосфере произошла экстремальная магнитная буря — в максимуме амплитуда составила  $-412$  нТл.

Данная буря была вызвана приходом к орбите Земли межпланетного коронального выброса массы, который стал результатом слияния нескольких корональных выбросов массы (КВМ), связанных с солнечными вспышками в активной области AO13664. Комплексная структура, состоящая из нескольких межпланетных корональных выбросов массы (МКВМ) с очень сильным магнитным полем, по модулю превысившим  $70$  нТл, и скоростью выше  $800$  км/с пришла к Земле 10 мая 2024 г. В работе [27] данная структура представлена как протяженная переходная область за лидирующей межпланетной ударной волной (МУВ), пришедшей к Земле в 17:03 UT 10 мая. Эта область наблюдалась в течение  $10$  ч вплоть до магнитного облака, которое пришло к Земле 11 мая. В результате прихода к Земле данной протяженной переходной области случилась экстремальная геомагнитная буря с падением  $Dst$  ниже  $-400$  нТл, амплитуда в максимуме составила  $-412$  нТл.

В динамике компонент ММП данное событие отразилось следующим образом: после прихода МУВ  $X$ -компонента демонстрировала быстрые колебания от  $-40$  до  $20$  нТл в течение следующих суток, далее амплитуда колебаний уменьшилась примерно до  $10$  нТл до их полного прекращения около полудня 13 мая 2024 г. Колебания  $Y$ -компоненты имели большую максимальную амплитуду — от  $-70$  до  $70$  нТл, которая постепенно уменьшалась, вплоть до их полного исчезновения рано утром 12 мая. Вертикальная ( $Z$ -компонента) также испытывала сильные колебания от  $-60$  до

$40$  нТл, причем она имела отрицательные значения не только больше по амплитуде, но и существенно дольше по длительности, что и обеспечило необходимые условия для развития экстремальной магнитной бури; амплитуда колебаний затухала, как и в случае двух других компонент, и закончились они тогда же, когда и для  $X$ -компоненты — в районе полудня 12 мая 2024 г.

### 3. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МОМЕНТЫ

Рассмотрим статистику проекционных распределений нулевого и первого порядков. Пространственному статистическому моменту нулевого порядка соответствует полное число событий, в анализируемой выборке совпадающее с накопленным числом отсчетов. Для определения пространственных моментов первого порядка рассмотрим распределение числа реализаций для каждой из ячеек регистрируемого массива  $N_{x,y,z}$  и выполним проецирование вдоль направлений  $Z$ ,  $X$ ,  $Y$  на плоскости  $XY$ ,  $YZ$ ,  $ZX$  соответственно. Правилу перестановок индексов координат должно соответствовать циклическим перестановкам. В результате получим 2D-распределения числа реализаций в проекции на три взаимно ортогональных плоскости:

$$\begin{aligned} P_Z(x, y) &= \sum N_{x,y,k}, P_Y(x, z) = \\ &= \sum N_{x,j,z}, P_X(y, z) = \sum N_{i,y,z}. \end{aligned}$$

Пусть задано распределение числа реализаций для каждой из ячеек пространства состояний межпланетного магнитного поля  $N_{x,y,z}$ . Выполним проецирование значений числа реализаций вдоль осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  на ортогональные им плоскости  $YZ$ ,  $ZX$ ,  $XY$ . Определим первые пространственные моменты, связанные с дрейфом 3D-центроида, строго говоря, нестационарные, анизотропные и неоднородные. При проецировании вдоль каждой из осей GSE-системы координат формируется 2D-распределение, которому соответствует два момента, ортогональных оси проецирования. Таким образом, создается группа из шести пространственных моментов, которые могут быть связаны или не связаны друг с другом в зависимости от дополнительных условий на пространство состояний. При индексации подобных величин ниже будем указывать направление оси проецирования (индексы  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ ), порядок пространственного статисти-

ческого момента (верхний индекс в круглых скобках) и направления координат, для которых вычисляется пространственный статистический момент (нижний индекс  $x, y, z$ ). Отметим, что без указания оси проецирования могут возникнуть систематические ошибки в связи с появлением дубликатов обозначений.

Выпишем полный набор пространственных моментов первого порядка, несущих информацию о скорости и направлении дрейфа проекционных отображений:

$$\begin{aligned} M_x^{(1)Z} &= \frac{\sum \sum i P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}, M_y^{(1)Z} = \frac{\sum \sum j P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}, \\ M_y^{(1)X} &= \frac{\sum \sum i P_X(i, j)}{\sum \sum P_X(i, j)}, M_z^{(1)X} = \frac{\sum \sum j P_X(i, j)}{\sum \sum P_X(i, j)}, \\ M_z^{(1)Y} &= \frac{\sum \sum i P_Y(i, j)}{\sum \sum P_Y(i, j)}, M_x^{(1)Y} = \frac{\sum \sum j P_Y(i, j)}{\sum \sum P_Y(i, j)}. \end{aligned}$$

Возможность определения значений первых пространственных статистических моментов позволяет для моментов более высоких порядков (от второго и выше) определить центральные пространственные статистические моменты. Компенсация смещения центра проецируемой фигуры делает возможным сравнение статистических параметров проекционных отображений для различных процессов в системах отсчета, связанных с геометрическим центром отображений [28].

Профили статистических центральных пространственных моментов запишем по аналогии с ранее проведенными рассуждениями, сохраняя значение индексации,

$$\begin{aligned} M_{xx}^{(2)Z} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)Z}\right)^2 P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}, \\ M_{yy}^{(2)Z} &= \frac{\sum \sum \left(j - M_y^{(1)Z}\right)^2 P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}, \\ M_{xy}^{(2)Z} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)Z}\right) \left(j - M_y^{(1)Z}\right) P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}; \\ M_{yy}^{(2)X} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)X}\right)^2 P_X(i, j)}{\sum \sum P_X(i, j)}, \\ M_{zz}^{(2)X} &= \frac{\sum \sum \left(j - M_y^{(1)X}\right)^2 P_X(i, j)}{\sum \sum P_X(i, j)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{yz}^{(2)X} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)X}\right) \left(j - M_y^{(1)X}\right) P_X(i, j)}{\sum \sum P_X(i, j)}; \\ M_{zz}^{(2)Y} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)Y}\right)^2 P_Y(i, j)}{\sum \sum P_Y(i, j)}, \\ M_{xx}^{(2)Y} &= \frac{\sum \sum \left(j - M_y^{(1)Y}\right)^2 P_Y(i, j)}{\sum \sum P_Y(i, j)}, \\ M_{zx}^{(2)Y} &= \frac{\sum \sum \left(i - M_x^{(1)Y}\right) \left(j - M_y^{(1)Y}\right) P_Y(i, j)}{\sum \sum P_Y(i, j)}. \end{aligned}$$

Подводя итоги обсуждения структуры центральных пространственных моментов отметим, что первые и вторые пространственные моменты для каждого из исходного 3D-распределения числа реализаций позволяет создать 15 параметров, характеризующих пространственную деформацию отображений [29]:

$$\begin{aligned} &M_x^{(1)Z}, M_y^{(1)Z}, M_{xx}^{(2)Z}, M_{xy}^{(2)Z}, M_{yy}^{(2)Z}, \\ &M_y^{(1)X}, M_z^{(1)X}, M_{yy}^{(2)X}, M_{yz}^{(2)X}, M_{zz}^{(2)X}, \\ &M_z^{(1)Y}, M_x^{(1)Y}, M_{xx}^{(2)Y}, M_{xz}^{(2)Y}, M_{zz}^{(2)Y}. \end{aligned}$$

Анализ количественных параметров на основе центральных пространственных статистических моментов весьма трудоемкий процесс, но зачастую на начальных этапах его можно заменить сравнением сигнатур набора статистических моментов. Фактически требуется лишь установить знаки контрольного набора параметров и получить основание для выводов о направлении деформации профиля отображения и времени жизни исследуемых структур [30]. Такой прием часто используется при работе с центральными пространственными моментами высоких порядков. Для младших центральных пространственных моментов в большей мере подходит квадратичная аппроксимация получаемых фигур и использование ряда теорем аналитической геометрии. Ниже перечислены три визуально удобных параметра, вычисляемых на основе центральных пространственных статистических моментов второго порядка. Выражения записаны для  $Z$ -проецирования.

Угол наклона большей оси центроида к оси  $X$  на плоскости  $XY$ :

$$2\theta = \arctan \left( \frac{2M_{xy}^{(2)}}{M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)}} \right). \quad (1)$$

Два диаметра центроида —

$$D_{1,2} = 2\sqrt{2}\sqrt{M_{xx}^{(2)} + M_{yy}^{(2)} \pm (M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})\sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}. \quad (2)$$

Астигматизм:

$$\begin{aligned} Ext &= \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^2 + D_2^2} = \\ &= \text{sign}(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)}) \frac{\sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}{M_{xx}^{(2)} + M_{yy}^{(2)}}. \end{aligned}$$

При подобном подходе существенно уменьшается информативность описания процесса, но для предварительных оценок и отнесения события к какому-либо типу статистических распределений проекций допустимо в качестве первого приближения.

Определим пространственные моменты произвольного порядка ( $V_1, V_2$ ) для представления двумерного случайного распределения, где  $\vec{V}$  — вектор порядка, используемого для описания конкретного пространственного момента [31]. Значение компонент вектора пространственных моментов может быть произвольным целым числом и зависит от задач проводимого анализа. Например, пространственный момент порядков  $V_1$  и  $V_2$  вдоль направлений  $X$  и  $Y$  может быть вычислен по формуле:

$$M_{xy}^{(V_1 V_2)Z} = \frac{\sum \sum (i - M_x^{(1)Z})^{V_1} (j - M_y^{(1)Z})^{V_2} P_Z(i, j)}{\sum \sum P_Z(i, j)}.$$

Для количественного статистического анализа принято использовать первые четыре центральных момента, исключая счетчик событий [32] (см. таблицу).

Разложение сигнала исследуемого стохастического процесса в ряд по пространственным моментам эквивалентно полиномиальному раз-

ложению сложных функций без дополнительных гипотез о корреляционных свойствах. Сильной стороной предложенного метода следует считать использование нескольких направлений проецирования, что эквивалентно многонаправленной узкоапертурной томографии. Метод позволяет вычислить практически неограниченный порядок пространственных статистических моментов и ограничен лишь привносимыми погрешностями при выполнении дискретных преобразований [33]. Вычислительная сложность разработанных алгоритмов относительно невелика, однако синтез многомерных распределений и их пространственных моментов требуют существенных ресурсов памяти.

Включение в арсенал исследований пространственных моментов высоких порядков позволяет использовать не только их значения, но и сигнатуры для оценки типа наблюдаемого физического процесса [34]. Под сигнатурами здесь понимается набор ряда количественных метрик, укороченных до знака или до значений младших разрядов регистрируемых моментов [35]. Рассмотрим несколько сигнатур, которые имеют самостоятельное значение или могут быть использованы в комплексе с другими параметрами.

Порядок 3 = Коэффициент асимметрии:

- > = 0 : симметричное распределение,
- > < 0 : асимметрия левого крыла распределения,
- > > 0 : асимметрия правого крыла распределения.

Порядок 4 = Коэффициент эксцесса:

- > = 0 : Гауссово распределение,

**Таблица.** Статистические процессы, описываемые пространственными моментами младших порядков

|           |                         |                            |
|-----------|-------------------------|----------------------------|
| Порядок 0 | m00                     | Число событий              |
| Порядок 1 | m10, m01                | Дрейф центра распределения |
| Порядок 2 | m20, m11, m02           | Диффузия профиля центроида |
| Порядок 3 | m30, m21, m12, m03      | Коэффициент асимметрии     |
| Порядок 4 | m40, m31, m22, m13, m04 | Коэффициент эксцесса       |

—> < 0 : распределение более острое по сравнению с нормальным,

—> > 0 : распределение более сглаженное по сравнению с нормальным,

—> < -1.2: бимодальное или мультимодальное распределение.

Построим таблицу сигнатур, включающую полный набор значений от первого до четвертого порядка [34], проецирование выполняем вдоль трех направлений, одно из которых записано в форме пирамидальной матрицы значений и представлено ниже:

$$\begin{aligned} &M_x^{(1)Z}, M_y^{(1)Z}, \\ &M_{xx}^{(2)Z}, M_{xy}^{(2)Z}, M_{yy}^{(2)Z}, \\ &M_{xxx}^{(3)Z}, M_{xxy}^{(3)Z}, M_{xyy}^{(3)Z}, M_{yyy}^{(3)Z}, \\ &M_{xxxx}^{(4)Z}, M_{xxxxy}^{(4)Z}, M_{xxxyy}^{(4)Z}, M_{xxyyy}^{(4)Z}, M_{yyyyy}^{(4)Z}. \end{aligned}$$

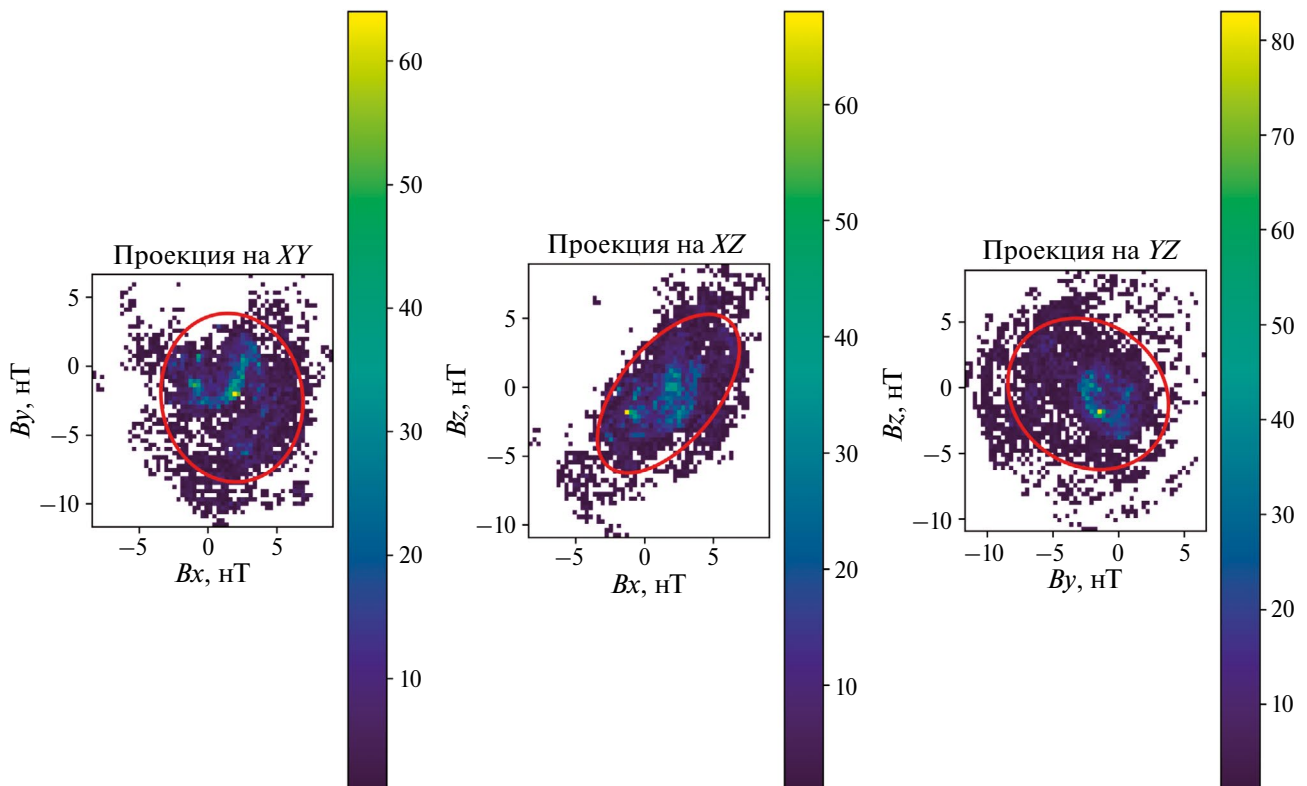
По мере “погружения” в высокие порядки пространственных статистических моментов возрастает чувствительность к неоднородностям структуры поля, что может приводить к систематическим погрешностям в интерпре-

тации результатов измерений, диагностики и прогнозирования [36–40].

#### 4. ПРОЕКЦИОННЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ В СПОКОЙНОМ ПОЛЕ

Спокойная геомагнитная обстановка наблюдалась с начала января 2024 г., тестовый интервал времени был выбран с начала года длительностью в 18 сут. В период с 1 по 18 января включительно, несмотря на наличие на диске Солнца нескольких активных областей, породивших ряд солнечных вспышек и КВМ, а также корональных дыр, ставших источником солнечного ветра (СВ) со скоростью близкой к 500 км/с, значимых геомагнитных возмущений в указанный период времени не наблюдалось (рис. 2).

Как можно видеть на рис. 3, значение  $Dst$ -вариации — сплошная (красная) кривая, характеризующая низкоширотную геомагнитную активность, весь данный период времени не опускалось ниже  $-14$  нТл, а безразмерный трехчасовой  $Kp$ -индекс, отвечающий за высокоширотные возмущения имел, максимальное значение  $Kp = 4$  в единственном трехчасовом



**Рис. 2.** Триада проекционных отображений в интервале накопленных данных с 1-го по 7 января 2024 г. (с 1-го по 7-й день года).

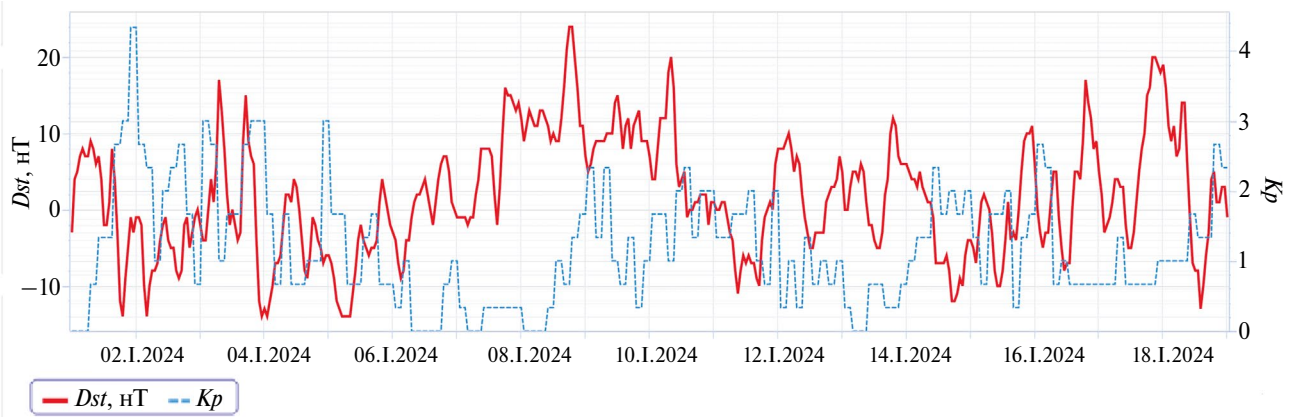


Рис. 3. Вариация индексов  $Dst$  и  $Kp$  в интервале наблюдения в январе.

интервале во второй половине дня 1 января, что позволяет говорить о геомагнитно-спокойном периоде в течение этих 18 сут. Вероятнее всего, что отсутствие возмущений связано с тем, что во время наблюдения вектор ММП был ориентирован так, что его вертикальная составляющая  $B_z$  не имела южного направления (отрицательных значений), что обеспечило бы поступление энергии солнечного ветра в магнитосферу Земли.

Вариацию статистических параметров исследуемого случайного процесса, вычисляемую в процессе обработки первичных данных спутникового мониторинга, определим методом сплайн-интерполяции. Подобный метод позволяет практически исключить потерю информации о процессе обработки, не вносит новых статистических условий в окне анализируемой выборки, позволяет дополнять условия на границах соединения фрагментов сплайна условиями неразрывности производных нескольких младших порядков и физически обоснованных условий знакоопределенности и допустимых диапазонов значений.

Фактически выбранный метод эквивалентен полиномиальному разложению регистрируемой временной зависимости или полиномиальной

реконструкции. Опорные значения при выполнении реконструкции определим как последовательность дискретных значений времени или номер такта отсчетов. Переход между соседними дискретами будем считать сглаженным с точностью до третьей производной по времени, т.е. в точках контакта аппроксимирующих полиномов будем требовать помимо совпадения значений временного ряда пространственных статистических моментов, совпадения первой, второй и третьей производных наблюдаемых параметров. Использование сплайн-интерполяции степени выше третьей нецелесообразно из-за накопления погрешностей дискретизации и квантования.

Определим простейший вариант кубического сплайна следующим образом:

$$S(t) = at^3 + bt^2 + ct + d.$$

Здесь  $a, b, c, d$  — параметры аппроксимирующего полинома на рассматриваемом интервале времени;  $S(t)$  — исследуемая функция времени  $t$ . Определим дискретный временной ряд из последовательности дискретных значений времени  $t[i]$  и определим полином третьей степени, соответствующий поставленной задаче аппроксимации:

$$S(t) = \frac{(t[n] - t)^2 (2(t[n-1] - t) + h)}{h^3} s[n-1] + \frac{(t[n-1] - t)^2 (2(t[n] - t) + h)}{h^3} s[n] + \\ + \frac{(t[n] - t)^2 (t - t[n-1])}{h^2} b[n-1] + \frac{(t[n-1] - t)^2 (t[n] - t)}{h^2} b[n].$$

Граничные значения и шаг дискретизации определяются следующим образом:

$$b[n] = \frac{s[n+1] - s[n-1]}{2h},$$

$$b[0] = \frac{4s[1] - s[2] - 3s[0]}{2h},$$

$$b[N] = \frac{3s[N] - s[N-2] - 4s[N-1]}{2h}.$$

По итогам анализа и описания результатов для каждой экспериментальной серии определялся набор характеристик, включающий полный ряд анализируемых статистических моментов и их производных [41–45]. Каждый из элементов последовательности отображений состоит из трех фрагментов, соответствующих трем направлениям взаимно ортогональных проекций. Обозначенные на фрагментах красным маркером центры построены по формулам (1) и (2).

Ниже рассматриваются три различных режима возмущения ММП и наблюдаемые кинетические характеристики пространственных статистических моментов первого и второго порядков в условиях невозмущенного поля и при магнитных бурях. Рассмотрим последовательно результаты, получаемые при сплайн-интерполяции (рис. 4–7). Здесь и далее на всех изображениях по оси абсцисс указаны дни месяца (в рассматриваемом случае — января). По оси ординат — нормированные значения компонент векторов пространственного статистического момента различного порядка или порождаемых ими функций. Для удобства интерпретации графического отображения используется двухцветная маркировка. Черный маркер соответствует позиции первой компоненты, красный маркер — позиции второй компоненты вектора геометрического центра. Здесь и далее индексирование компонент соответствует порядку ортов в плоскости проецирования.

Определим основные характеристики временных разверток каждого из наблюдаемых статистических параметров, вынесенные к подписям под рисунками и полученные в интервалах усреднения в 1 или 2 такта опроса.

На рис. 4 представлены временные развертки смещения компонент пространственного момента первого порядка, наблюдавшиеся в начале января 2024 г. На осях ординат всех трех зависимостей указаны значения проекций

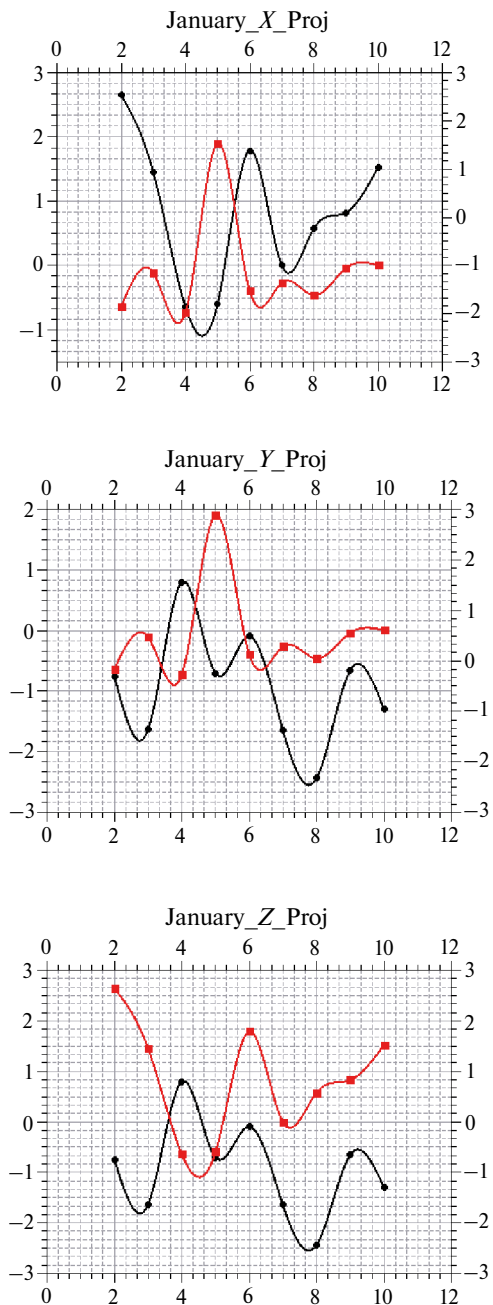
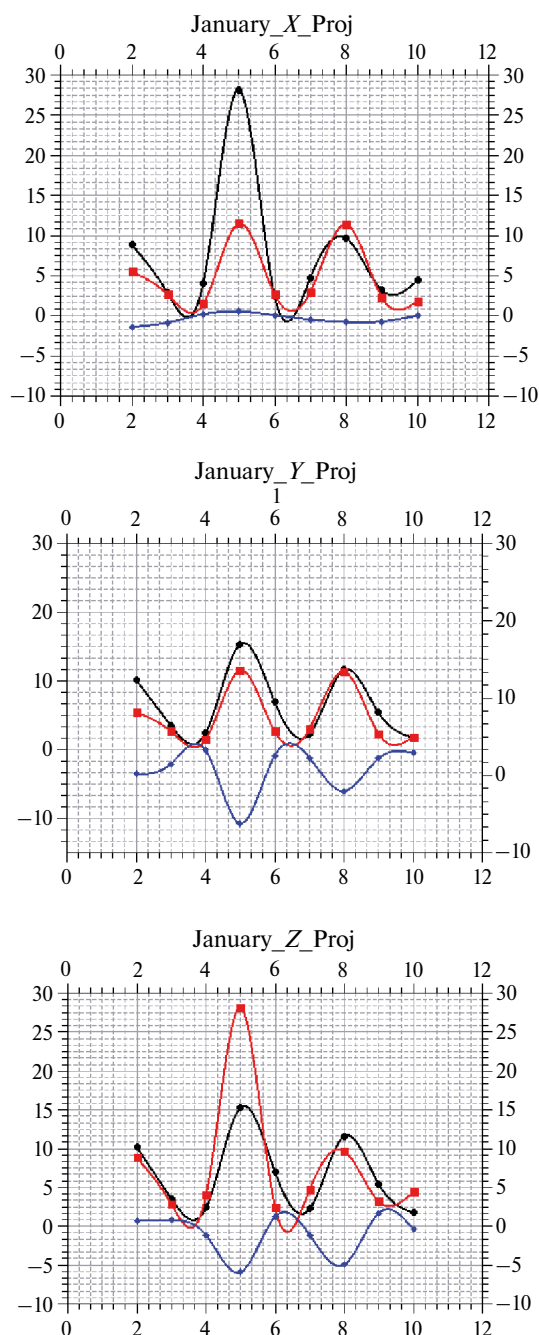


Рис. 4. Дрейф геометрического центра отображения для трех направлений проецирования.

магнитного поля в единицах нТл. Наблюдается синфазная синхронизация со смещением во времени при проецировании вдоль  $X$ -направления и гибридная противофазная со смещением по шкале времени при проецировании вдоль  $Y$ - и  $Z$ -направлений.

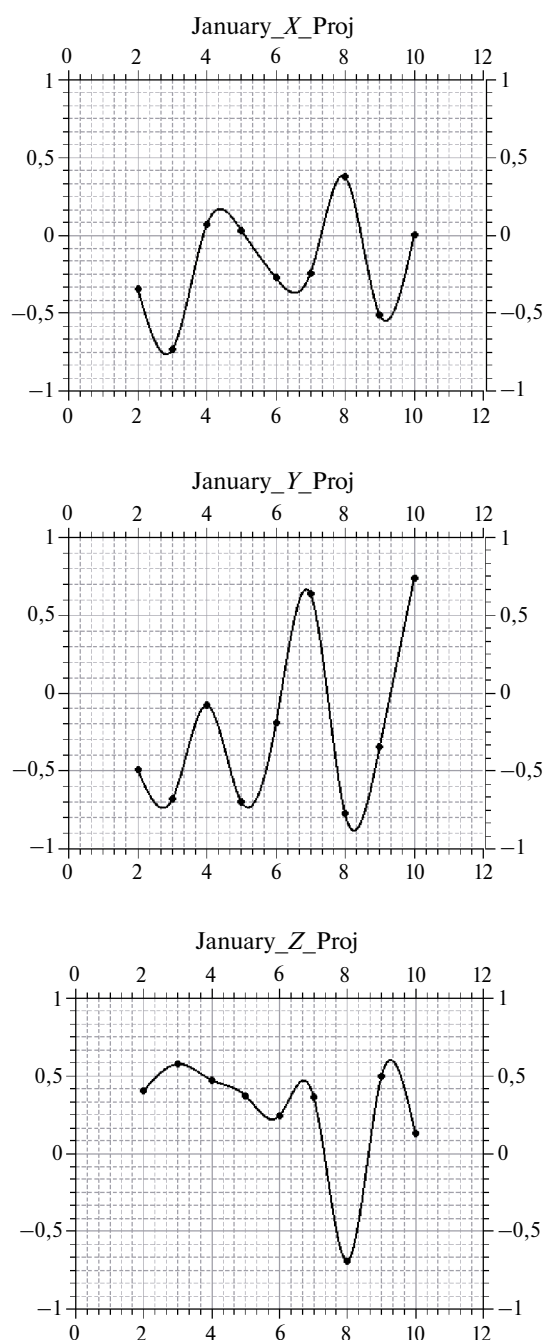
Согласно условию для компонент тензора второго ранга, только недиагональные компоненты могут быть знакопеременными. Отметим

на рис. 5 высокий уровень синхронизма кинетики парциальных вариаций пространственных статистических моментов с интервалом накопления в 2 такта и периодом наблюдаемых колебаний около 7 сут.



**Рис. 5.** Вариация трех компонент пространственных статистических моментов второго порядка для трех направлений проецирования. Черный маркер — первая диагональная компонента, красный маркер — вторая диагональная компонента, синий маркер отмечает недиагональную компоненту.

Как следует из рис. 6, близкий к семисуточному период вариаций прослеживается в кинетике угла наклона большей оси центроида, (значения записаны в радианах). При спокойном магнитном поле практически все доступные для анализа компоненты статистических пространственных моментов имеют хорошо



**Рис. 6.** Вариация угла наклона большей оси центроида к осям плоскости проекций при различных направлениях проецирования.

различаемые признаки исходного отображения и могут даже в сильно упрощенном виде служить маркерами типа возмущений магнитосферы. Отметим сильную вариацию мгновенных частот колебаний и, соответственно, периодик в гелиосфере.

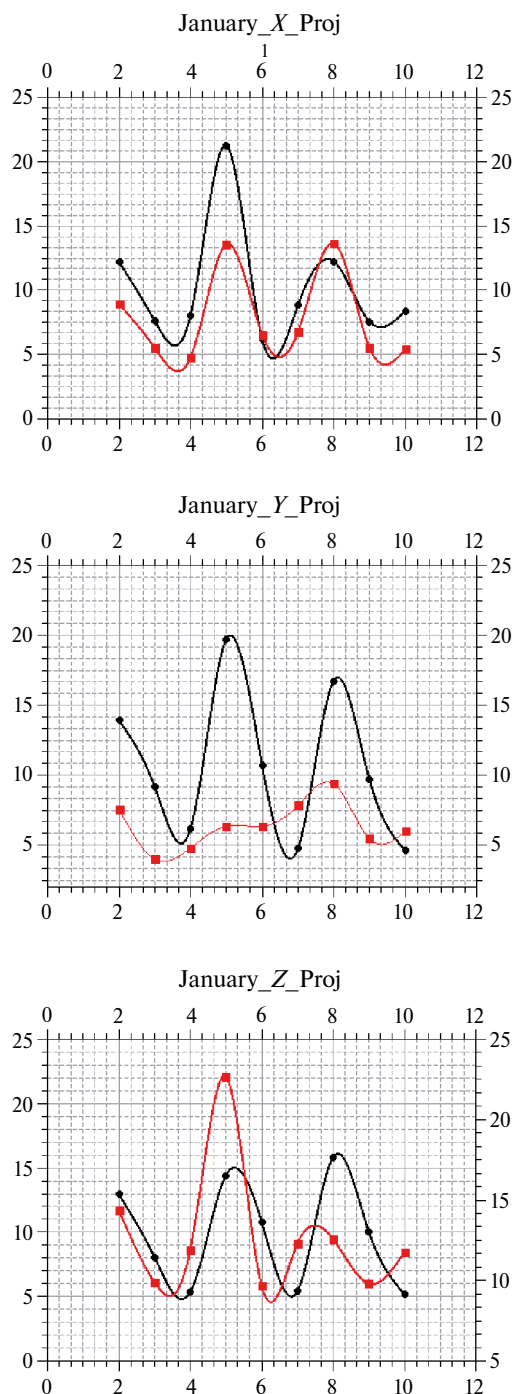
При анализе пространственной структуры статистических распределений при эмпирическом подходе или работе с экспериментальными выборками целесообразно пользоваться понятием центроида, а не эллипсоида (рис. 7). Этот подход объединяет многомодальные, разрывные и другие сильно искаженные профили центральных пространственных моментов. Типичные примеры таких распределений формируются при анализе магнитных бурь и корональных выбросов солнечной плазмы. В дальнейшем при описании режимов магнитных бурь полный набор статистических пространственных моментов второго порядка не будет использован, а контроль искажений структуры центроида будет обсуждаться только на основе вектора дрейфа, наклона главной оси центроида и значений двух его диаметров.

## 5. ПРОЕКЦИОННЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПРИ МАГНИТНЫХ БУРЯХ

Геомагнитные возмущения (геомагнитные бури) — один из важнейших факторов космической погоды, роль которого сильно выросла за последние десятилетия и будет возрастать в дальнейшем вместе с цифровой индустрией и развитием космической отрасли [3–6]. Геомагнитные бури являются прямым следствием возмущений в межпланетном пространстве, анализ поведения ММП представляется весьма актуальной задачей.

*Геомагнитные возмущения  
с 2.VIII.2024 до 16.VIII.2024*

По сравнению с началом календарного года иначе выглядят геомагнитные возмущения в августе 2024 г. Как видно из рис. 8, 9, высокая геомагнитная активность наблюдалась в течение первой половины августа 2024 г., особенно с 11 по 15 августа. Сильное возмущение ММП, вызванное, по всей вероятности, приходом к Земле МКВМ, который явился результатом слияния нескольких, по крайней мере, трех КВМ, покинувших Солнце в период с 8 по 10 августа 2024 г. Максимальная скорость выброса, 789 км/с, была зарегистрирована прибором



**Рис. 7.** Вариация диаметров центроида при различных направлениях проецирования. Единицы по осям ординат — нТл<sup>2</sup>.

LASCO (КА *SOHO*) 8.VIII.2024 в 19:48 UT. Максимальная скорость СВ на орбите Земли составила около 520 км/с, максимальная плотность СВ = 35 см<sup>-3</sup>.

Основная фаза бури началась около полуночи с 11 на 12 августа 2024 г. Максимальная амплиту-

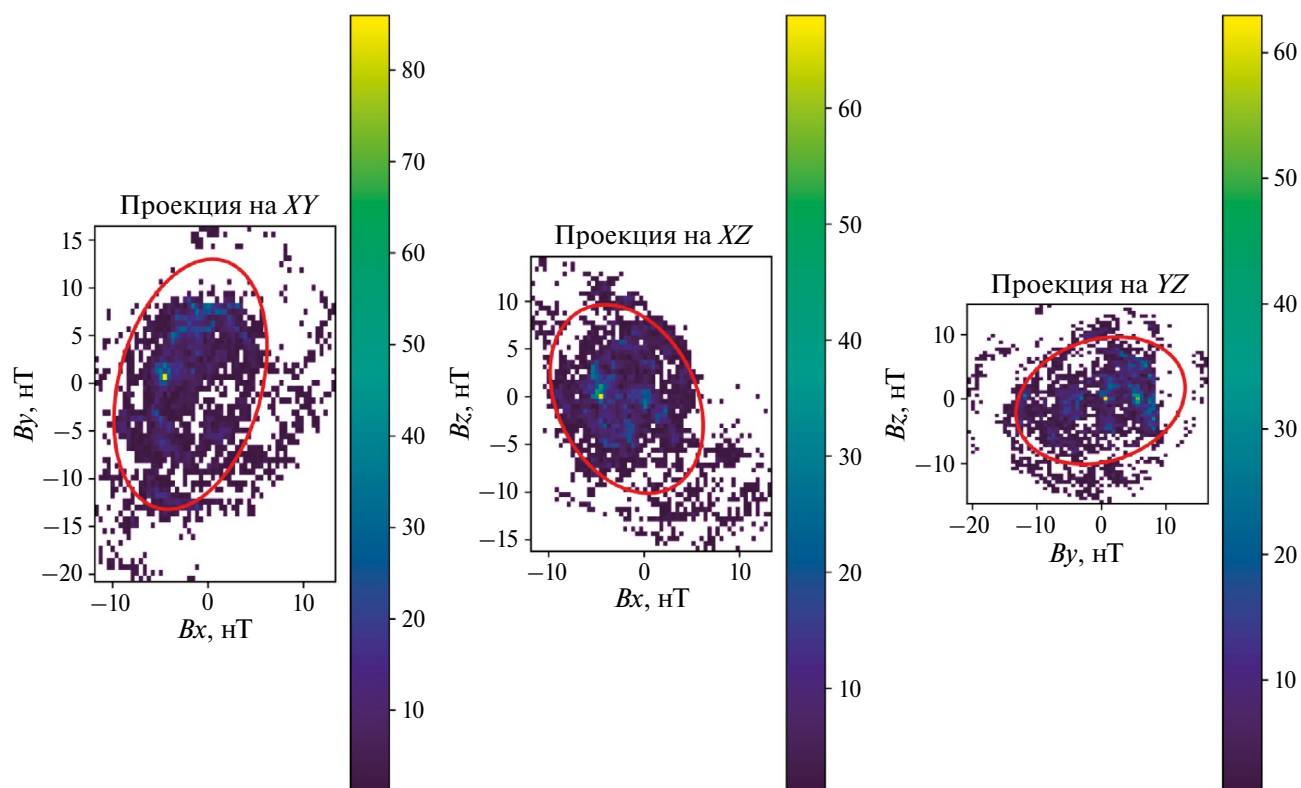


Рис. 8. Триада проекционных отображений в интервале накопленных данных с 211-й по 217-й день 2024 г.

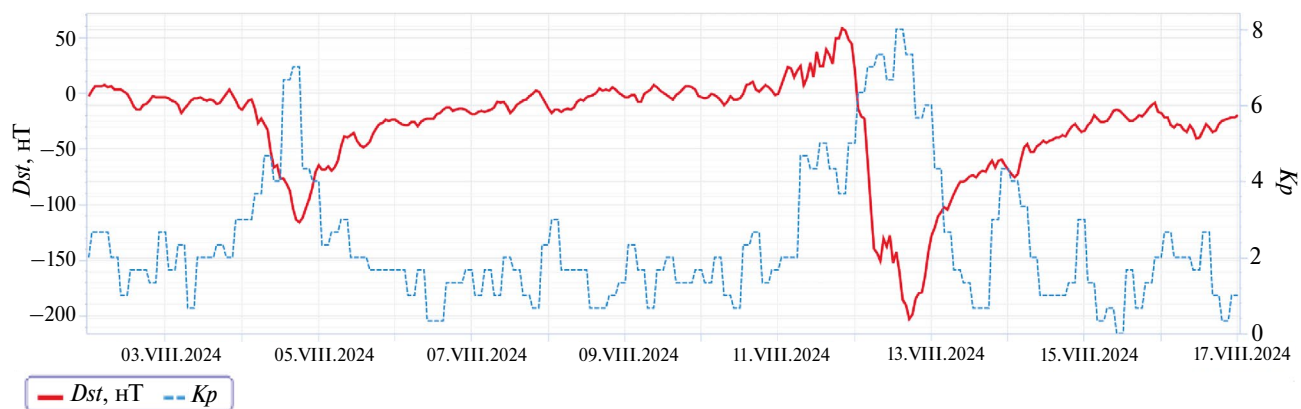


Рис. 9. Вариация индексов  $Dst$  и  $Kp$  в интервале наблюдений в августе.

да  $Dst$ -индекса, равная  $-203$  нТл была достигнута 12 августа в 17:00, максимальный безразмерный индекс  $Kp = 8$ .

Предыдущая геомагнитная буря длилась с 3 по 6 августа и не имела столь впечатляющую амплитуду —  $Dst = -116$  нТл,  $Kp = 7$ . Она также была вызвана приходом к Земле КВМ, связанным со вспышкой класса M8.2, начавшейся 1.VIII.2024 в 06:23:00 UT и закончившейся в этот

же день в 07:39:00 UT. Мы полагаем, что значительно большая мощность второй бури была связана с наличием более длительной и имевшей примерно в полтора раза большую амплитуду южной (отрицательной)  $Bz$ -компоненты ММП.

Представленные на рис. 10 временные развертки указывают на полную синфазность компонент вектора дрейфа при проецировании вдоль оси  $Y$  и гибридную синхронизацию при

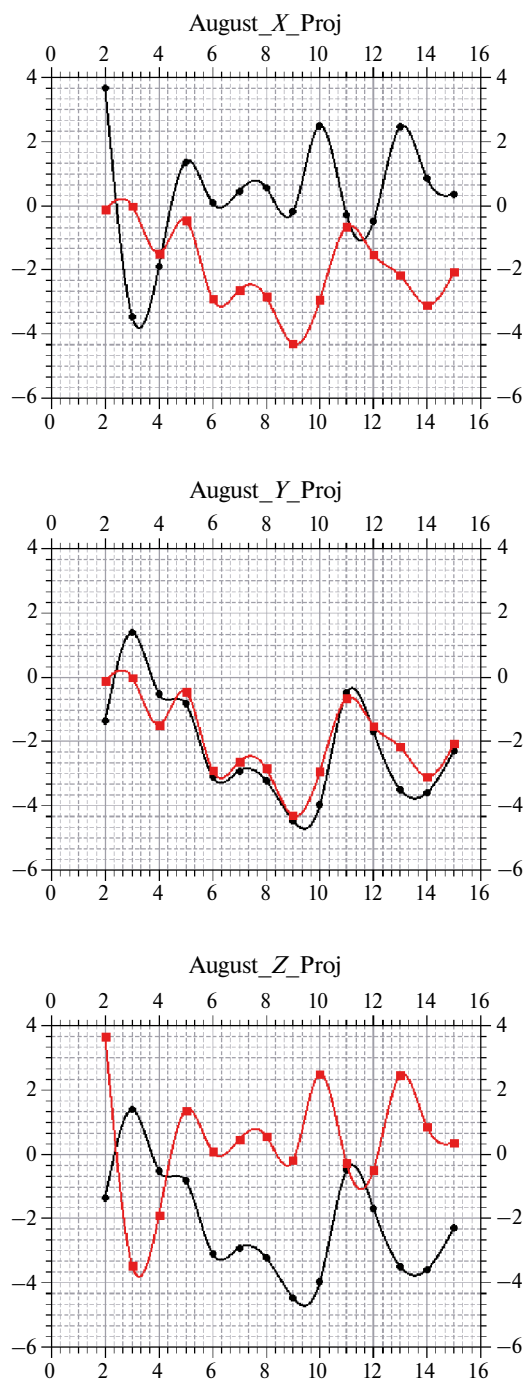


Рис. 10. Кинетика вектора дрейфа.

проецировании вдоль осей  $X$  и  $Z$ . Ранее, для случая слабых возмущений наблюдалась синхронизация со смещением во времени при проецировании вдоль  $X$ -направления и гибридная противофазная со смещением при проецировании вдоль  $Y$ - и  $Z$ -направлений.

Вариация наклона большей оси центроида к ортам плоскости проекций, представленная на рис. 11, демонстрирует со временем раз-

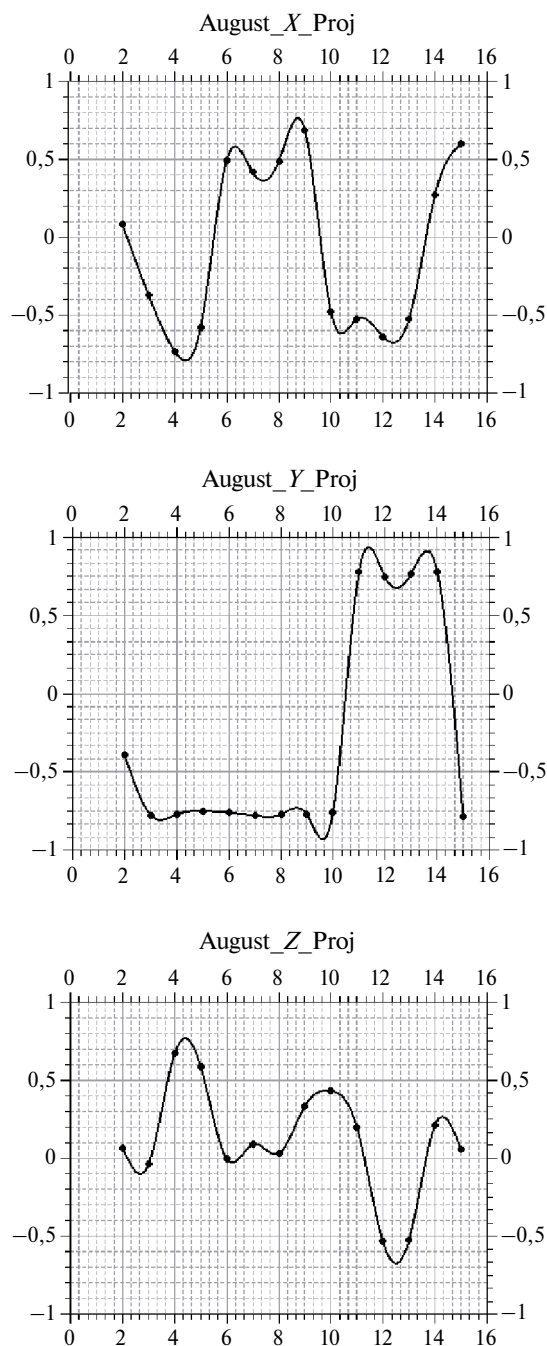


Рис. 11. Режимы движения угла наклона большей оси центроида.

личные состояния, известные из теории колебаний систем со многими степенями свободы. А именно — автоколебательные процессы, формирование пространственных мод, изменение параметра порядка. К моделям ММП можно причислить фоновые структуры и плазмоны как коллективные колебания электронной плотности. Наблюдаемые на рис. 11 временные развертки могут возникать при таких коге-

рентных стохастических процессах как явление переброса, стохастического параметрического резонанса.

Вариация диаметров центроида в условиях магнитной бури с высокой точностью совпадает с кинетикой  $Dst$ -индекса (см. рис. 12), который, в свою очередь, определяется накопленной полем энергией. Предлагаемый статисти-

ческий подход прежде всего ориентирован на анализ процессов диффузии и кластеризации ММП. Ни первый, ни второй статистические пространственные моменты не связаны напрямую с энергетикой изучаемого процесса. Согласование их профиля во времени друг с другом и с магнитными индексами относится к выходящим за рамки настоящей работы задачам.

#### Геомагнитные события с 04.IX.2024 до 22.IX.2024

В сентябре 2024 г. произошли две достаточно сильные последовательные магнитные бури — с 12-го по 15-е и с 16-го по 19-е числа (рис. 13). По интенсивности они были практически идентичны:  $Dst = -114$  нТл,  $Kp = 7$  в первом случае, и  $Dst = -116$  нТл,  $Kp = 7$  во втором, и близки по интенсивности к первой из рассмотренных бурь августа. Обе бури, как и в августе, были вызваны приходом к Земле КВМ, в том числе МКВМ от нескольких вспышек класса X, в том числе от вспышки класса X4.5, произошедшей 14.IX.2024 в 15:13:00 (окончание в 15:47:00) в активной области 1385.

Следует отметить множественность максимумов, наблюдаемых на рис. 14 в плоскости проецирования, расщепление плотности распределения вероятностей с ответвлением дочерних распределений, соответствующих дополнительным выбросам или распадам сгустков корональной массы на набор обтекающих или опережающих потоков.

Представленные на рис. 15 характеристики позволяют выполнить реконструкцию траектории движения методом фазовых портретов, определить парциальные частоты колебаний для скорости поступательного и вращательного движения в GSE-системе координат.

В первом приближении можно выбрать модель динамической системы типа странного аттрактора и с размерностью фазового пространства не менее четырех. Подобный подход широко используется в теоретических описаниях магнитогидродинамических процессов, объясняет процессы переброса, процессы кластеризации, реализуемые в экспериментальных выборках. Например, отображение кинетики проекций на  $ZX$ -плоскость соответствует состоянию кластеризации, а отображение проекций на  $XY$ -плоскость — процессу переброса (см. рис. 16).

Вариация диаметров центроида не должна рассматриваться как корректная метрика. Полу-

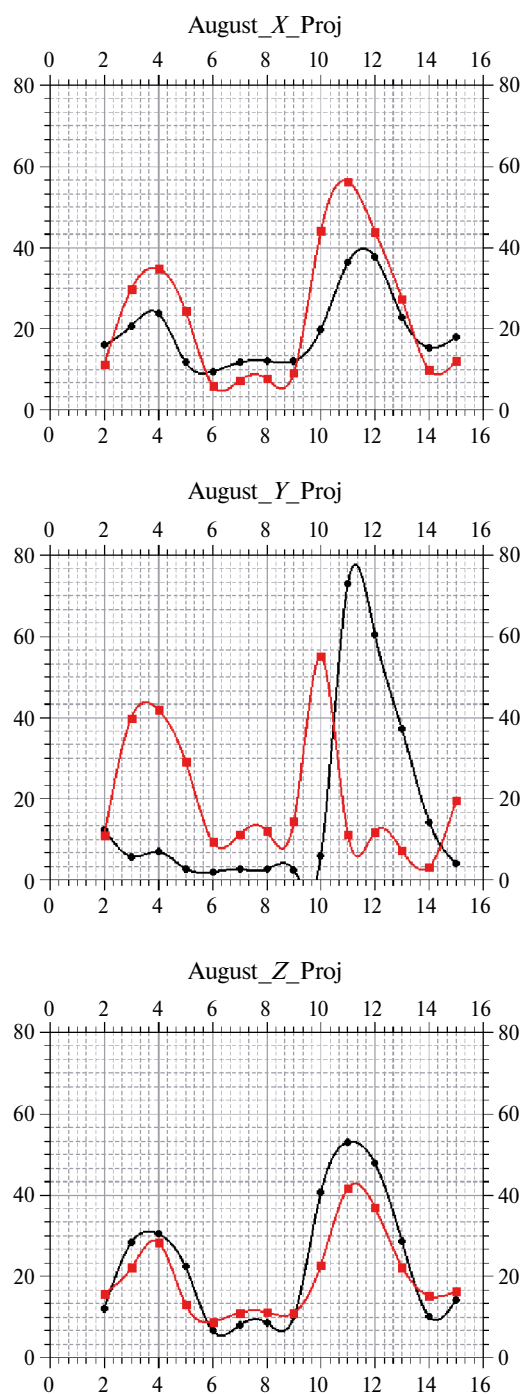


Рис. 12. Кинетика  $Dst$ -индекса.

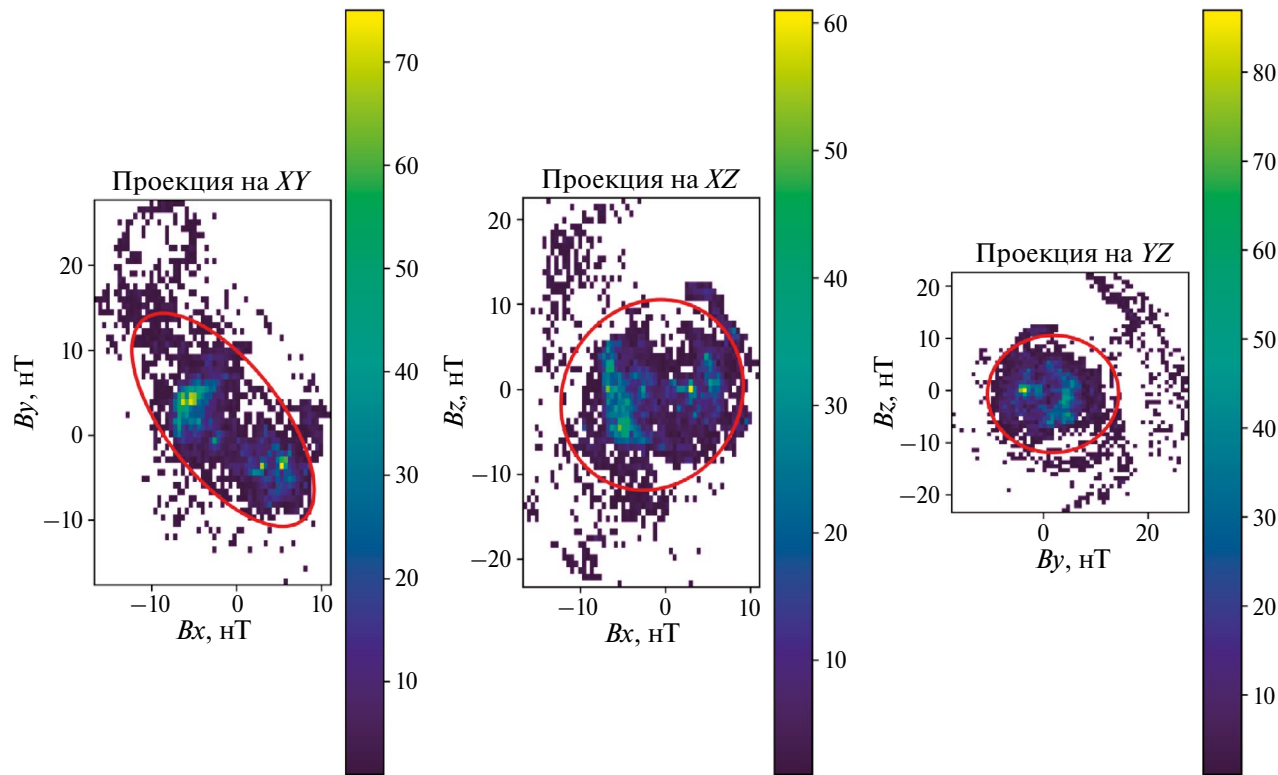


Рис. 13. Триада проекционных отображений в интервале накопленных данных с 253-й по 259-й день 2024 г.

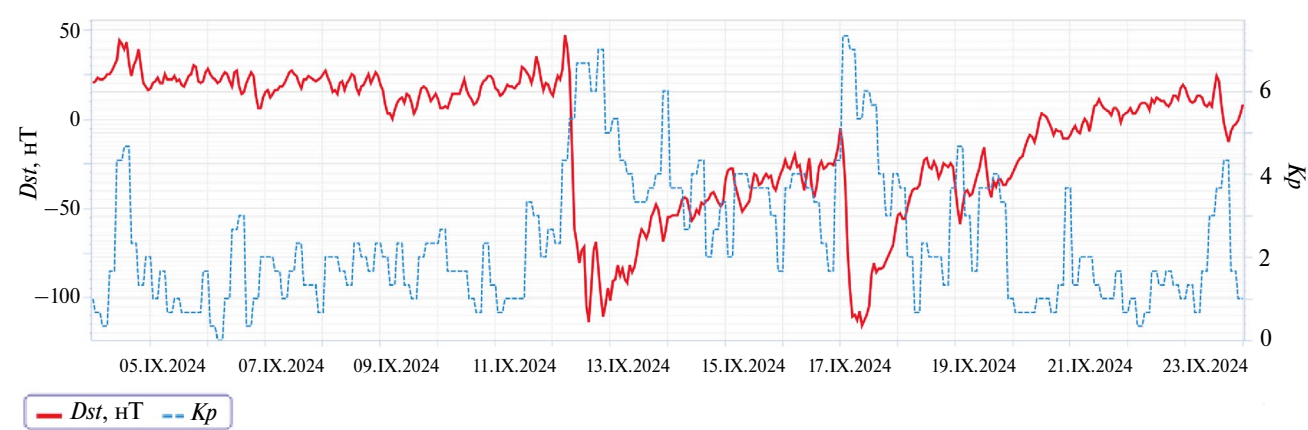


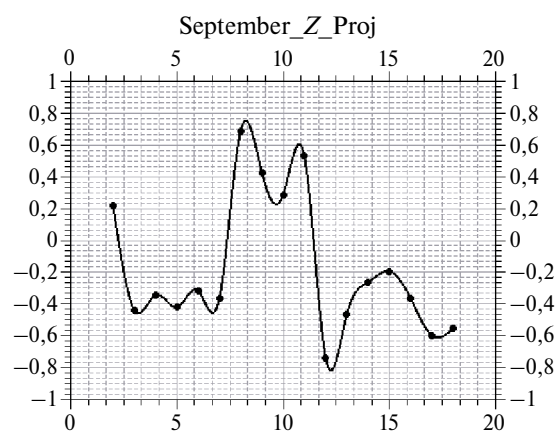
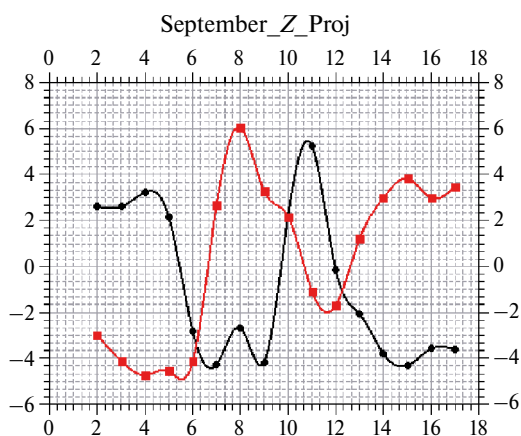
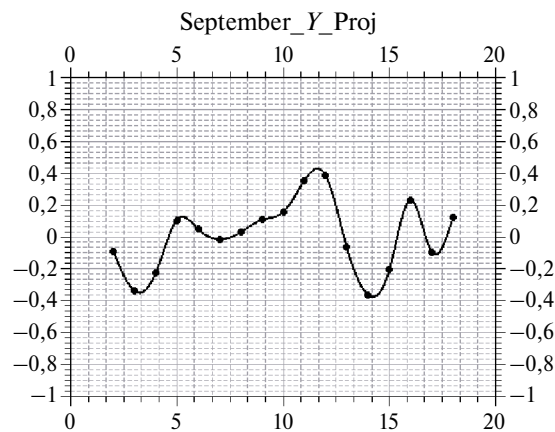
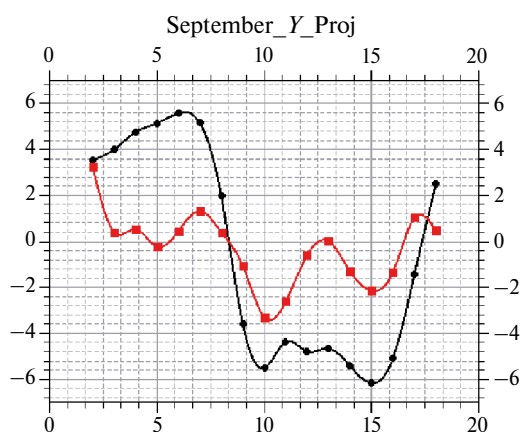
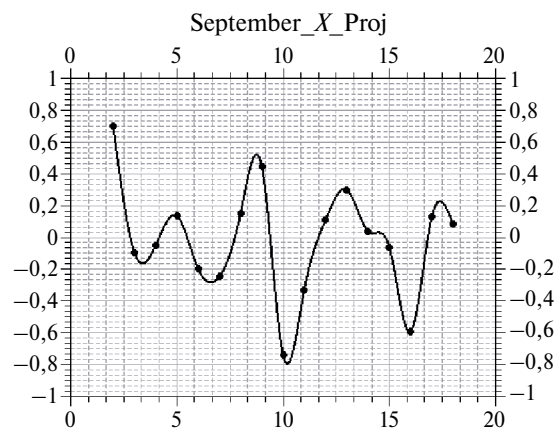
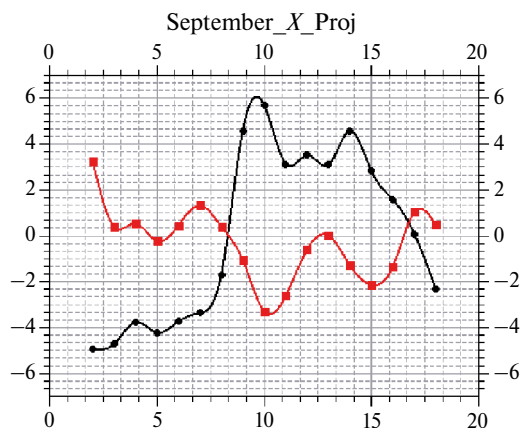
Рис. 14. Вариация индексов  $Dst$  и  $Kp$  в интервале наблюдения в сентябре.

чаемые на основе выполнения квадратичных преобразований и подкоренных функций значения диаметров могут принимать экстремальные значения при совпадении значений диагональных пространственных статистических моментов второго порядка. Тем не менее, положение максимумов каждой из кинетических разверток (рис. 17) позволяет установить причинно-следственный порядок событий достижения мак-

сима, оценить частоты вариаций значений компонент.

*Геомагнитные возмущения  
со 2.X.2024 до 18.X.2024*

Вторая по мощности буря 2024 г. произошла в октябре, с 10 по 13 число:  $Dst = -341$ ,  $Kp = 9$ . Как и в случае с августовской бурей ей предшествовала буря меньшей интенсивности,



**Рис. 15.** Наблюдение дрейфа геометрического центра отображения для трех направлений проецирования.

**Рис. 16.** Угол наклона большей или главной оси центроида существенно различается для трех направлений проецирования.

но все равно достаточно мощная,  $Dst = -158$ ,  $Kp = 7$ , длившаяся с 6 по 9 октября и имевшая длительную главную фазу с 6 по 8 октября 2024 г. (рис. 18). Источниками возмущений ММП в этот период времени также стали КВМ и МКВМ.

Вариация индексов  $Dst$  и  $Kp$  в интервале наблюдения в октябре представлена на рис. 19.

На рис. 20 реализуется преимущественно противофазная кинетика вариации положения компонент вектора смещения геометрического центра.

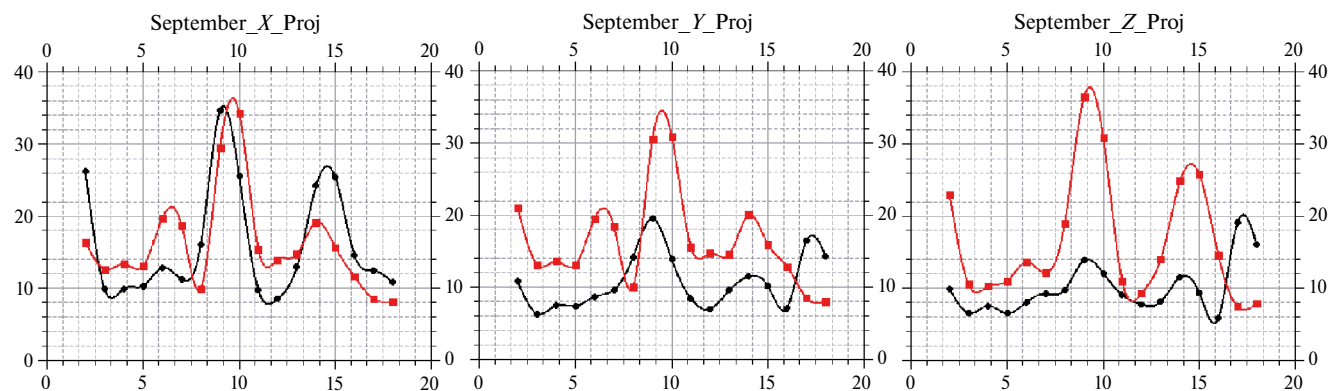


Рис. 17. Диаметры центра при наблюдении в сентябре 2024 г.

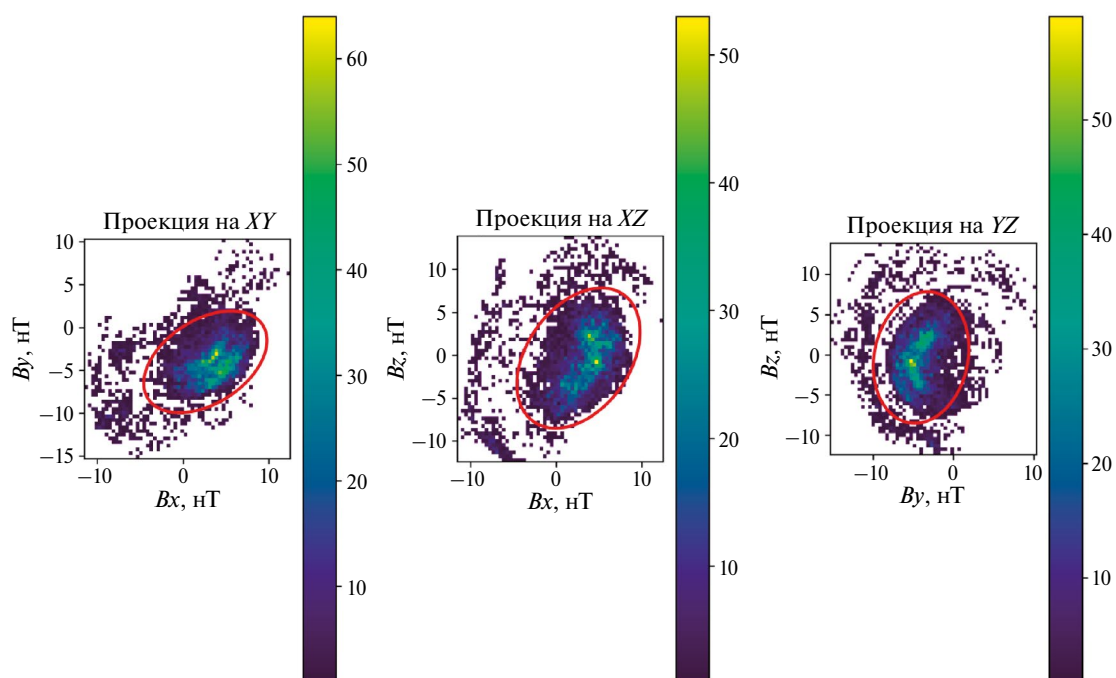


Рис. 18. Триада проекционных отображений в интервале накопленных данных с 274-го по 280-й день 2024 г.

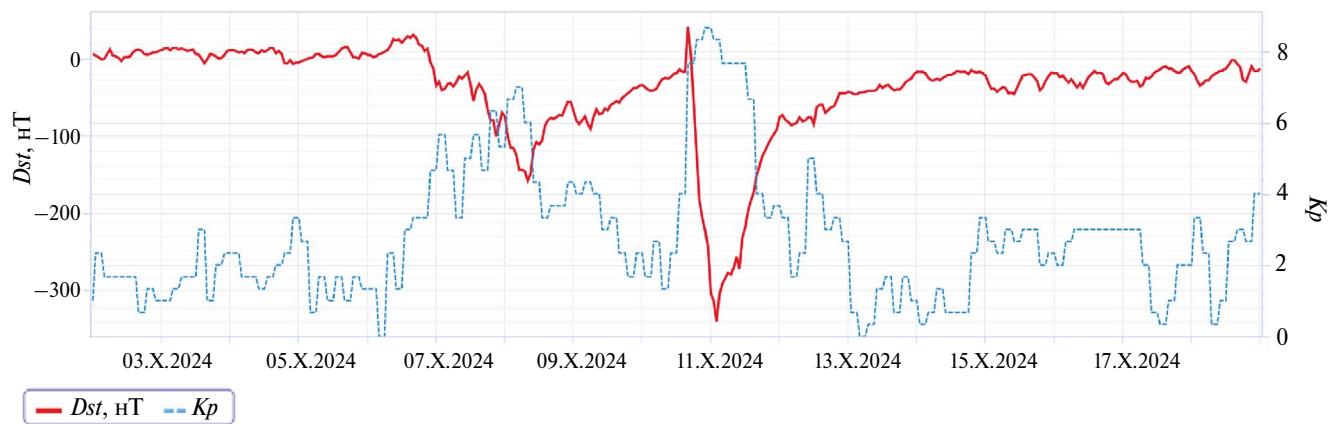
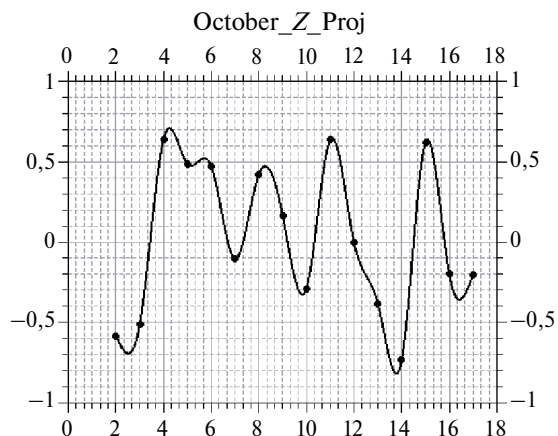
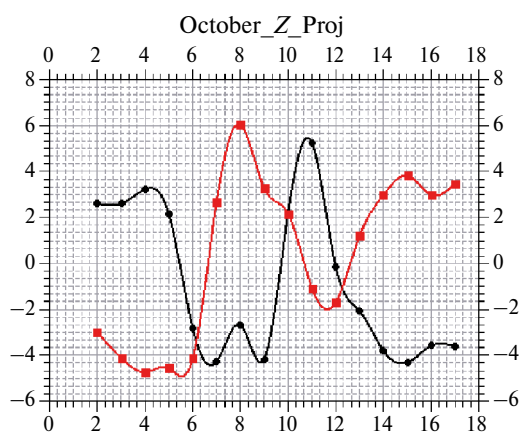
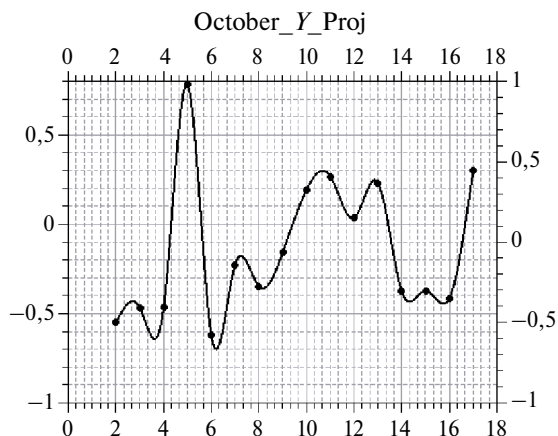
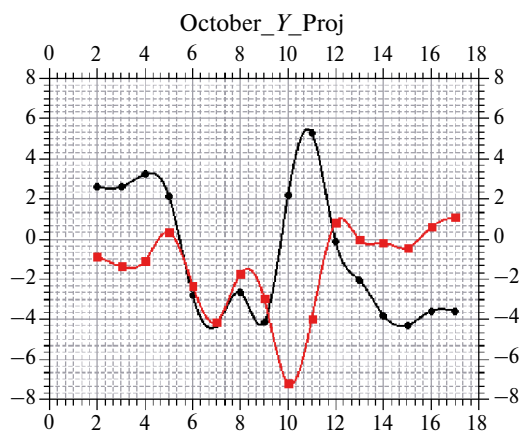
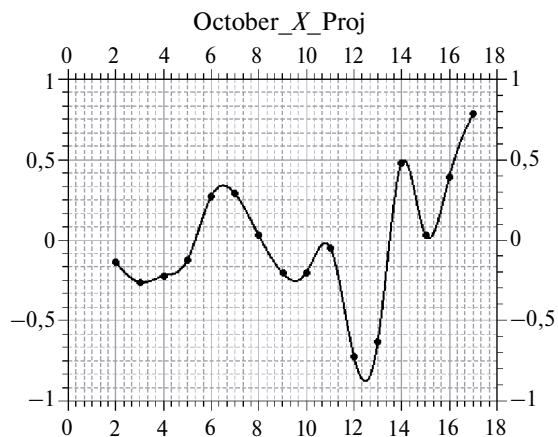
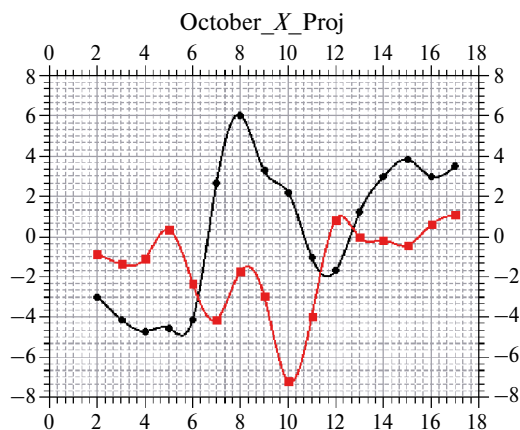


Рис. 19. Вариация индексов  $Dst$  и  $Kp$  в интервале наблюдения в октябре.



**Рис. 20.** Дрейф геометрического центра отображения для трех направлений проецирования в октябре 2024 г.

**Рис. 21.** Вариация угла наклона большей оси центроида.

Как следует из рис. 21 помимо изменения угла наклона оси центроида наблюдается изменение мгновенной частоты колебаний угла наклона.

На рис. 22 наблюдаются сильные вариации мгновенной частоты периодик, чередование порядка следования значений диаметров центроида.

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В работе предлагается новый метод анализа вариации структуры межпланетного магнитного поля, основанный на анализе статистических моментов проекций 3D-функции распределения населенности ячеек пространства состояний. В отличие от традиционных статистических

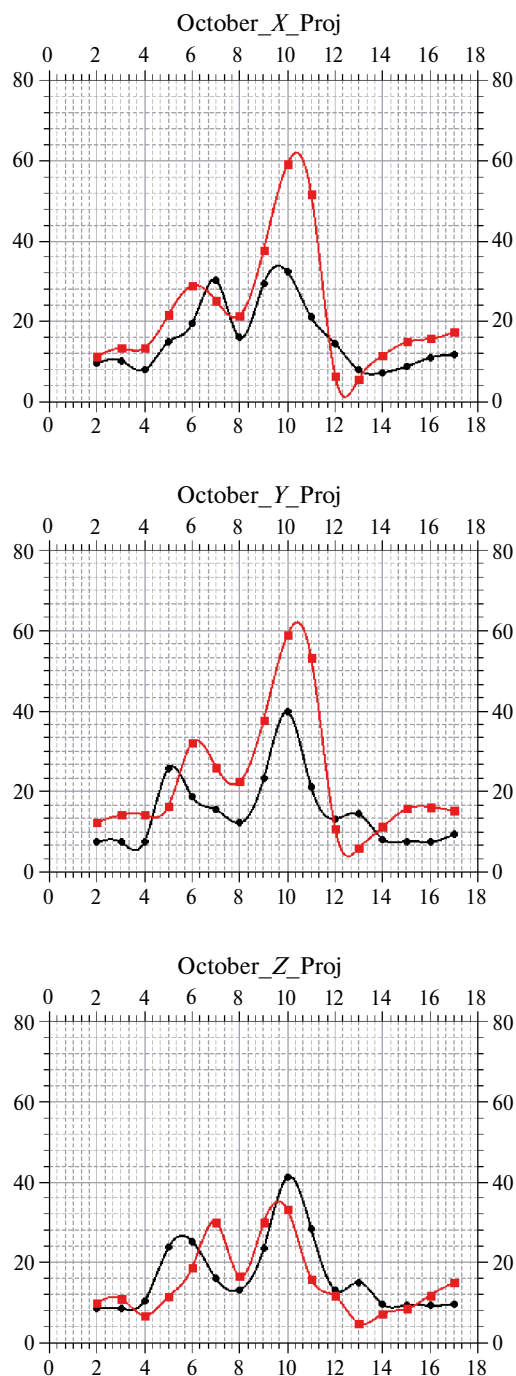


Рис. 22. Диаметры центроида при наблюдении в октябре 2024 г.

методов, работающих с комбинациями одномерных или многомерных временных рядов, новый метод использует иную структуру и заключается в расщеплении трехмерного пространства состояний на три двумерных подпространства проецирования. Новый базис представляет большой объем информации о детектируемых

деформациях профиля компонент вектора магнитного поля, не создавая “затенения” в исследуемых отображениях.

Применяемый метод ортогональных проекций исходной трехмерной матрицы населенностей состояний позволяет регистрировать проявления модуляции компонент векторов сдвига положения точки пересечения осей центроида. Хорошо различимы синхронный и асинхронный режимы дрейфа взаимно ортогональных компонент проекции, что может соответствовать локальному ламинарному или вихревому движению центра проецируемого распределения. Отсутствие предположений о взаимной корреляции компонент сдвига проекции позволяет расширить поиск процессов, доминирующих в наблюдаемой кинетике дрейфа.

Группа из четырех пространственных статистических моментов формирует симметричный тензор второго ранга, характеризующий дисперсионные свойства наблюдаемой двумерной проекции. Следует обратить внимание на перестройку запаздывания и опережения регистрируемых вариаций амплитуды и частоты ортогональных компонент дисперсии для всех трех проекций. Разработанный и протестированный метод пространственных статистических моментов для проекционных отображений 3D-функции распределения числа реализаций по ячейкам пространства допустимых состояний позволяет проводить диагностику структуры корональных выбросов, в том числе многокомпонентных, анализировать кинетику межсекторных переходов магнитного поля Солнца, детектировать пространственную неоднородность и анизотропность действующих космических факторов. Пространственные статистические моменты имеют самостоятельную значимость для аппарата стохастических дифференциальных уравнений [46–48]. В сочетании с методикой обработки и анализа больших данных, нейросетевыми подходами к задачам реконструкции потерь в потоках данных метод статистических пространственных моментов может сократить время достижения результатов, оптимизировать сходимость итеративного алгоритма. Возможность эмпирического контроля состояний стохастических параметров позволяет существенно расширить класс гибридных методов анализа задач, объединяя математические модели с проверочными экспериментальными тестами.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Госзадания МГУ, НИИЯФ и ИФЗ РАН, и частичном финансировании Программы развития МГУ, проект № 23-Ш03-03.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akasofu S.-I., Chapman S.* Solar-terrestrial physics. Oxford: Oxford University Press, 1972.
2. *Alfven H.* Cosmic plasma / Series Astrophysics and Space Science Library. V. 82. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1981.
3. *Daglis I.A.* Space storms and space weather hazards / Series: NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry. V. 38. Springer Science and Business Media, 2001.
4. *Cole D.G.* Space weather: Its effects and predictability // *Advances in Space Environment Research*. 2003. V. 1. P. 295–302.
5. *Schrijver C.J., Kauristie K., Aylward A.D. et al.* Understanding space weather to shield society: A global road map for 2015–2025 commissioned by COSPAR and ILWS // *Advances in Space Research*. 2015. V. 55(12). P. 2745–2807.
6. *McGranaghan R.M., Camporeale E., Georgoulis M. et al.* Space weather research in the digital age and across the full data lifecycle: Introduction to the topical issue // *J. Space Weather Space Clim.* 2021. V. 11. Art.ID. 50.
7. *Myagkova I., Shugay Y.S., Veselovsky I. et al.* Comparative analysis of recurrent high-speed solar wind streams influence on the radiation environment of near-Earth space in April–July 2010 // *Solar System Research*. 2013. V. 47(2). P. 127–140.
8. *Pilipenko V., Yagova N., Romanova N. et al.* Statistical relationships between satellite anomalies at geostationary orbit and high-energy particles // *Advances in Space Research*. 2006. V. 37(6). P. 1192–1205.
9. *Novikov L.* Contemporary state of spacecraft/environment interaction research // *Radiation Measurements*. 1999. V. 30(5). P. 661–667.
10. *Qiu Q., Fleeman J.A., Ball D.R.* Geomagnetic disturbance: A comprehensive approach by American Electric Power to address the impacts // *IEEE Electrification Magazine*. 2015. V. 3(4). P. 22–33.
11. *Belakhovsky V., Pilipenko V., Sakharov Y.A. et al.* Growth of geomagnetic-induced currents during coronal mass ejection and corotating solar wind streams of geomagnetic storms in 2021 // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences Physics*. 2023. V. 87(2). P. 236–242.
12. *Kogan M.N.* The Dynamics of Rarefied Gas. M.: Nauka, 1967. (In Russian).
13. *Vlasov A.* Theory of vibrational properties of electron gas and its applications. M.: Moscow State University, 1945. (In Russian).
14. *Baxter R.J.* Exactly solved models in statistical mechanics. Elsevier, 2016.
15. *Bogoliubov N., Shirkov D.* Introduction to the theory of quantized fields / N.N. Bogoliubov. Collection of scientific works in 12 volumes. IV edition (1984). V. 10. 2008.
16. *Klimontovich Y.L.* Physics of collisionless plasma // *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. Russian Academy of Sciences. 1997. V. 40(1). P. 21–51.
17. *Klimontovich Y.L.* Kinetic Theory of Nonideal Gases and Nonideal Plasmas // *International Series in Natural Philosophy*. V. 105. Elsevier, 2013.
18. *Klimontovich Y.L.* The Statistical Theory of Non-Equilibrium Processes in a Plasma // *International Series of Monographs in Natural Philosophy*. V. 9. Elsevier, 2013.
19. *Sentis R.* Mathematical Models and Methods for Plasma Physics. V. 1 // *Fluid Models*. Springer Science and Business Media, 2014.
20. *Dugan E., Mueller K.* Reconstructing high-dimensional datasets from their bivariate projections. arXiv preprint arXiv:2312.15306. 2023.
21. *Sun G., Zhu Z., Zhang G. et al.* Application of mathematical optimization in data visualization and visual analytics: a survey // *IEEE Transactions on Big Data*. 2023. V. 9(4). P. 1018–1037.
22. *Goodman J.W.* Statistical optics. John Wiley & Sons, 2015.
23. *Korotkova O.* Theoretical statistical optics. World Scientific, 2021.
24. *Lam E.Y., Goodman J.W.* Iterative statistical approach to blind image deconvolution // *J. Optical Society of America*. A. 2000. V. 17(7). P. 1177–1184.
25. *Harrop B.L., Schulze-Makuch D.* The Solar Wind Power Satellite as an alternative to a traditional Dyson Sphere and its implications for remote detection // *Int. J. Astrobiology*. 2010. V. 9(2). P. 89–99.
26. *Ogilvie K., Chornay D., Fritzenreiter R. et al.* SWE, a comprehensive plasma instrument for the wind spacecraft // *Space Science Reviews*. 1995. V. 71(1). P. 55–77.
27. *Hajra R., Tsurutani B.T., Lu Q. et al.* Supersubstorms during the May 2024 superstorm // *J. Space Weather and Space Climate*. 2025. V. 15. Art.ID. 51.
28. *Soliman S.S., Hsue S.-Z.* Signal classification using statistical moments // *IEEE transactions on communications*. 1992. V. 40(5). P. 908–916.
29. *Cressie N., Moores M.T.* Spatial statistics / *Encyclopedia of mathematical geosciences*. P. 1362–1373. Springer, 2023.

30. *Manoukian E.B.* Mathematical nonparametric statistics. Taylor & Francis, 2022.
31. *Hosking J.R.* L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics // J. Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology. 1990. V. 52(1). P. 105–124.
32. *Gilleron F., Pain J.-C., Bauche J. et al.* Impact of high-order moments on the statistical modeling of transition arrays // Physical Review E. Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics. 2008. V. 77(2). Art. ID. 026708.
33. *Lewis D.J.* Identification based on higher moments. Cemmap working paper No. CWP03/24. London: Centre for Microdata Methods and Practice (cemmap), 2024.
34. *Deng Y., Hani Z.* Propagation of chaos and higher order statistics in wave kinetic theory // J. European Mathematical Society. 2024. Published online first.
35. *Komsta L., Novomestky F.* Moments, cumulants, skewness, kurtosis and related tests // R. package version. 14(1). 2015.
36. *Smith P.J.* A recursive formulation of the old problem of obtaining moments from cumulants and vice versa. The American Statistician. 1995. V. 49(2). P. 217–218.
37. *Kakosyan A.V., Klebanov L.B.* On an arithmetical property of moments and cumulants. arXiv preprint arXiv:2403.11906. 2024.
38. *Rustamov A.* Fuzzy logic for reconstructing arbitrary moments of multiplicity distributions // Physical Review C. 2024. V. 110(6). Art.ID. 064910.
39. *Javed F., Loperfido N., Mazur S.* The method of moments for multivariate random sums in the poisson-skew-normal case // Statistics & Probability Letters. 2025. V. 219. Art.ID. 110338.
40. *Gueneau M., Majumdar S.N., Schehr G.* Large deviations in switching diffusion: from free cumulants to dynamical transitions. arXiv preprint arXiv:2501.13754. 2025.
41. *Erdogan K.* Spline interpolation techniques // J. Technical Science and Technologies. 2013. P. 47–52.
42. *Wolberg G.* Cubic spline interpolation: A review. Columbia University, 1988.
43. *Peng W., Tao D., Ma Q. et al.* Clipped seismic record recovery analysis based on the cubic spline interpolation algorithm // J. Seismology. 2024. V. 28(3). P. 843–857.
44. *Mahmoudabadi M., Emami M.A.* Quantitative investigation of the accuracy of cubic spline interpolation compared to linear interpolation—a case study of earthquake records // Bulletin of Earthquake Science and Engineering. 2024. V. 11. Iss. 4. P. 89–106.
45. *el Attiq O., Reboul S., Latif A. et al.* High-precision satellite position interpolation: A comparison of Lagrange, cubic spline, and artificial neural network methods // Proc. 2024 International Microwave and Antenna Symposium (IMAS), IEEE. 2024.
46. *Klyatskin V.I.* Dynamics of stochastic systems. Elsevier, 2005.
47. *Klyatskin V.I.* Stochastic Equations: Theory and Applications in Acoustics, Hydrodynamics, Magneto-hydrodynamics, and Radiophysics / V. 2: Coherent Phenomena in Stochastic Dynamic Systems. Springer, 2015.
48. *Klyatskin V.I.* Fundamentals of stochastic nature sciences. Springer, 2017.

## PROJECTION MAPPINGS FOR THE 3D MATRIX OF THE REALIZATIONS NUMBERS FOR THE INTERPLANETARY MAGNETIC FIELD

© 2026 N.A. Suhareva<sup>1, 4, \*</sup>, J.A. Antonov<sup>1</sup>, V.I. Zakharov<sup>1, 2, 3</sup>, I.N. Myagkova<sup>4</sup>,  
O.V. Shestakov<sup>1, 5</sup>, J.S. Shugai<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>3</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>4</sup>*Skobeltsyn Scientific Research Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

<sup>5</sup>*Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics, Moscow, Russia*

\*e-mail: suhareva@phys.msu.ru

A new method for recording and analyzing variations in the structure of the interplanetary magnetic field is considered. It is based on the synthesis of 2D profiles of three mutually orthogonal projections of the matrix of the number of state realizations constructed in the GSE coordinate system. Spatial statistical moments of lower and higher orders are considered, which make it possible to separate the drift of projection centers, the variation of diffusion characteristics relative to the centroid axes, and multimodal realizations in the observation time interval. The monitoring data set is based on experimental samples

from the *WIND* apparatus for four significant 18-day time intervals in January, August, September and October 2024. A detailed analysis of the observed variation in the second spatial statistical moments is carried out using the cubic spline interpolation method. The high information capacity of the proposed method makes it possible to control a wide range of central spatial statistical moments realized in the system and to create secondary kinematic parameters of the processes under study. The proposed set of primary metrics for analyzing the structure of distortions based on moments from the first to the fourth order allows creating signatures for recognizing the type of observed distortions of the interplanetary magnetic field, detecting transient processes in the heliosphere generated by solar activity.

*Keywords:* interplanetary magnetic field, coronal mass ejections, distribution of the number of realizations, projection mappings, magnetic storms